

*Живой̄ и дело
ср̄йских научника*

SERBIAN ACADEMY OF SCIENCES AND ARTS

BIOGRAPHIES AND BIBLIOGRAPHIES

Volume II

II SECTION

COMMITTEE FOR THE RESEARCH INTO THE LIVES AND WORK OF THE SCIENTISTS
IN SERBIA AND SCIENTISTS OF SERBIAN ORIGIN

Book 2

*Lives and work
of the Serbian scientists*

Editor

Academician

MILOJE SARIĆ

BELGRADE

1997

СРПСКА АКАДЕМИЈА НАУКА И УМЕТНОСТИ

БИОГРАФИЈЕ И БИБЛИОГРАФИЈЕ

Књига II

II ОДЕЉЕЊЕ

ОДБОР ЗА ПРОУЧАВАЊЕ ЖИВОТА И РАДА НАУЧНИКА У СРБИЈИ
И НАУЧНИКА СРПСКОГ ПОРЕКЛА

Књига 2

*Живот и дело
српских научника*

Уредник
академик
МИЛОЈЕ САРИЋ

БЕОГРАД

1997

Примљено на VI скупу Одељења природно-математичких наука од 27. септембра 1996. год., на основу реферата *Драгомира Вийоровића, Рада Дацића, Ђорђа Злоковића, Стивана Карамајте, Момчила Којића, Војислава Марића, Николе Панјића, Милоја Р. Сарића, Божољуба Сјанковића, Милутина Сјефановића, Николе Хајдина*

Издаје

Српска академија наука и уметности

Лектор

Милан Огавић

Коректори

Зорка Вукчевић

Љиљана Васић

Превод на енглески језик

Бошко Милосављевић

Мирјана Rewston

Уједначавање библиографије

Рајко Марковић

Технички уредник

Јелка Поморицац

Ликовно решење корица

Милош Пејковић

Тираж 1.000 примерака

Штампа

Завод за картографију „Геокарта“
Београд, Булевар војводе Мишића 39

Штампано уз финансијску помоћ Министарства за развој, науку и животну средину Савезне Републике Југославије и Министарства за науку, технологију Републике Србије и Министарства за културу Републике Србије

ПРЕДГОВОР

Данас, када се број научних дисциплина све више умножава а поступци истраживања постају све сложенији, бављење историјом науке има посебан значај. Она упознаје истраживаче са научним проблемима из прошлости и кроз историјску генезу оцртава смисао питања која наука поставља. На тај начин историја науке, иако то изгледа парадоксално, добија посебно место у спектру наука будућности. Она треба да обједини различита искуства из прошлости на која ће се ослањати наука данас, дајући тако нови квалитет проучавањима савремених научних дисциплина.

Покретање едиције *Животи и дело српских научника* значајно је за будућност наше науке због сагледавања и схватања сопствене научне прошлости, али и као део образовања и као подстицај генерацијама за даљи напредак. Ово није у противречности са садашњицом у којој научне информације, хипотезе и теорије много брже настају али и много брже застаревају него што је то било у ранијим периодима, јер познавање историје науке има посебан значај и ствара одређену свест код научника о себи и о припадности националној и светској култури.

Историја српске науке је, поред тога, значајна и за оне који се не баве научним истраживањима јер отвара нове културне просторе. Ово потврђују и бројни скупови посвећени овим питањима, одржани у протеклих неколико година, као и појављивање специјализованих часописа и публикација. На тај начин превазилази се ограниченост културног простора као последица идеолошких предрасуда и незнања и наше национално биће се аутентично представља свету.

Уредник ове едиције је у предговору прве књиге изнео значај овог подухвата, уз напомену да ће Академијин Одбор за проучавање живота и рада научника Србије и научника српског порекла изван

Србије са захвалношћу размотрити сваки предлог за допуну и проширење истраживања. Неке институције и појединци предложили су да се у ова проучавања укључе српски ствараоци из ранијих векова. Одбор је прихватио да списак од 133 особе наведене у предговору прве књиге допуну именима следећих стваралаца:

1. Марин Геталдић	1568–1626.
2. Руђер Бошковић	1711–1787.
3. Захарије Орфелин	1726–1784.
4. Емануило Јанковић	1758–1791.
5. Атанасије Стојковић	1773–1832.
6. Павле Соларић	1781–1820.
7. Јован Стајић	1804–1843.
8. Вук Маринковић	1807–1859.
9. Ђорђе Натошевић	1821–1887.
10. Јован Драгашевић	1836–1915.
11. Јован Мишковић	1844–1908.
12. Милан Андоновић	1849–1926.
13. Милан Г. Недељковић	1857–1950.
14. Максим Трпковић	1864–1924.

Разуме се да су доприноси појединаца врло различити и могу се сагледати само после проучавања живота и дела сваке особе појединачно. Стога овај одбор нити било која друга институција или рецензенти нису у могућности да унапред процене значај доприноса сваког појединца. Из ових разлога може се догодити да се нека од наведених имена, после проучавања њиховог стваралаштва, неће наћи у овој едицији.

Основни постулат у раду Одбора јесте да анализа живота и рада сваког од стваралаца мора бити потпуна. Настојаће се да се у овим проучавањим очува максимална објективност. Поново наглашавамо да су при томе обухваћене основне природно-математичке науке и њихове одговарајуће научне области.

У прилозима који се објављују у едицији *Животи и дело српских научника* покушава се открити који су проблеми заокупљали великане српске науке, како су их решавали, до којих су резултата долазили и колико су највећи синови овога народа допринели српској науци и чиме су задужили свој народ.

Вероватно да ће слике о неким научницима нама изгледати бледе и неуверљиве и такви се у овој едицији неће наћи. Међутим, код других ће се уочити сјајни, неоправдано запостављени различити правци стицања духовног богатства и открити до сада несхваћени доприноси. Биће и таквих који ће бити препознатљиви по стицању угледа различитог карактера и репутација које су биле крунисане

материјалном добити. Све ово ће бити велики изазов за ауторе који се баве животима и делима српских научника, јер ће се морати уздићи изнад свих жеља или жаљења и приказати објективно све слабости и квалитете појединаца које проучавају. Како аутори у својим истраживањима буду ближе садашњици све ће им теже бити да раздвоје појединачне особине и циљеве и нађу одговарајућа места дотичним личностима, као и објашњења настала заокретима који су утицали на њихове личне интересе (заборављајући при томе шта ће историја о њима рећи) и колико су они надвладали опште, научне, уметничке, културне и патриотске интересе у целини.

Академик Милоје Р. Сарић

FOREWORD

Nowadays, when the number of scientific disciplines is multiplying and research procedure is becoming more complex, exploring the history of science has special importance. It has to inform researchers about the problems of the past and, through historical genesis, to outline the meaning of questions that the particular science explores. In that way, the history of science, although it may seem as paradox, has a particular place within the spectrum of sciences of future. It has to unify different kinds of experience from the past, on which present scientific achievements should lean on, and give new quality to study of contemporary scientific disciplines.

Initiating the edition entitled *Lives and Work of the Serbian Scientists* is of special importance for the future of our science and for understanding of our own scientific past. It contributes to education process and gives incentive to generations for achieving new results. It is not in any contradiction with the present, when scientific information, hypotheses and theories are developed rapidly, but at the same time, they become out of date more rapidly. Knowledge on history of science has special importance as it creates certain scientist's consciousness of himself, of his belonging to national and international culture.

History of Serbian science is important even for those that are not in the area of scientific research as it opens new cultural space. A number of scientific meetings dealing with these issues during the past few years, as well as many specialised journals and periodicals that were started, confirm the above statement. Cultural domain restrained by ideological prejudices and ignorance is thus overcome and our national being is authentically presented to the world.

Editor of this edition, in the Foreword to the first book, points out the importance of endeavour undertaken. Should any scientists have been omitted, the Committee for the Research into the Lives and Work of the Scientists in Serbia and Scientists of Serbian Origin of the Serbian Academy of Sciences

and Arts will gratefully consider new suggestions. Some institutions and individuals have suggested that Serbian scientists from the earlier centuries should also find their place in this edition. The Committee has discussed and accepted the following scientists, who are not listed among 133 individuals included in the Foreword to the first book.

1. Marin Getaldić	1568–1626.
2. Ruđer Bošković	1711–1787.
3. Zaharije Orfelin	1726–1784.
4. Emanuilo Janković	1758–1791.
5. Atanasije Stojković	1773–1832.
6. Pavle Solarić	1781–1820.
7. Jovan Stajić	1804–1843.
8. Vuk Marinković	1821–1887.
9. Đorđe Natošević	1836–1915.
10. Jovan Dragašević	1844–1908.
11. Jovan Mišković	1844–1908.
12. Milan Andonović	1849–1926.
13. Milan G. Nedeljković	1857–1950.
14. Maksim Trpković	1864–1924.

Contributions of individuals are different and could be realised only upon studying the work and life of each scientist individually. This Committee, or any other institution, including reviewers, can not, in advance, evaluate contribution of individuals. It may occur, due to this, that some of suggested names, upon the completion of study of their creative scientific contribution are not included in this edition. Basic postulate of the Committee is that none of the scientists during the process of evaluation and analysis should be misjudged. The main criterium is maximum objectiveness. Again, it should be emphasised that the Committee and its activity comprise the bases of natural sciences and mathematics and their corresponding branches.

Edition *Lives and Work of the Serbian Scientists* points to contributions and achievements of the great Serbian scientific minds. It deals with the problems they were coping with, solutions they found, results they achieved, and with their contribution to the Serbian nation.

Some of the portraits will seem unconvincing to us and will not be included in the edition *Lives and Work of the Serbian Scientists*. Nevertheless, brilliant and unjustly neglected different ways of acquiring spiritual richness and misjudged contributions will be found among others. There will be those that have become known for acquired reputation of different kinds and were crowned by financial gains. It is a challenge to the authors who are studying lives and work of the Serbian scientists as they will have to rise above their wishes and regrets and present objectively all faults and qualities of scientists

they are studying. Coming closer to the present times, the authors will find it even more difficult to make clear distinction between differences and aims set up for, and find adequate places for them. It will be also difficult to find explanation for turning points that influenced their personal interests, and to what extent those interests prevailed over common, scientific, artistic, cultural and patriotic interests. History will decide.

Academician Miloje R. Sarić

БОГДАН ГАВРИЛОВИЋ
(1863–1947)

Жарко Мијајловић



На прелому 19. и 20. века, када су се обриси нововековне математике већ добро видели, у српској науци појавио се један нови нараштај. Долазак те нове генерације био је прекретна тачка за развој математичких наука у Србији. Јер пре њене појаве, у Србији праве науке није било, док се ево до данашњих дана простиру таласи утицаја дела и рада припадника те генерације. Међу математичарима с краја 19. и почетка 20. века високо истакнуто место заузима професор Велике школе и Београдског универзитета, академик Богдан Гавриловић. Уз Димитрија Нешића и Михаила Петровића, Гавриловић је најзаслужнији за стварање математичке школе у Београду и настанак Београдског универзитета.

Овде ћемо покушати да изложимо неке елементе личне и научне биографије професора Богдана Гавриловића.

* * *

Богдан Гавриловић рођен је у Новом Саду 1. јануара 1864. године (20. децембра 1863. по Јулијанском календару) од мајке Софије и оца Александра. Према неким подацима Гавриловићева породица води порекло из Херцеговине. Наиме академик Радивој Кашанин у некрологу посвећеном Богдану Гавриловићу спомиње да се Гавриловићев чукундеда доселио из тих крајева. Детињство и прву младост Гавриловић проводи у Новом Саду, или „Српској Атини“, како су тај духовни и културни центар Војводине тада звали. Даровит и вредан, Богдан Гавриловић био је најбољи ученик новосадске гимназије, о чему је писао и Јован Јовановић Змај у свом листу *Невен*, која је била првокласна међу образовним српским институцијама. Тамо се учило боље него на другим местима, једнако стари језици и класична литература као и природне науке и математика. Поред обдарености, његовом образовању је допринело и васпитање које је добио у својој породици: деда му је био учитељ и управитељ основне школе, отац професор и директор Српске гимназије у Новом Саду. Имајући тако добру припрему, Б. Гавриловић као питомац српске установе Текелијанум, са лакоћом и одличним успехом

завршава студије на Филозофском факултету Универзитета у Будимпешти, и то на Одсеку за математику, физику и астрономију.

Већ у својој двадесет трећој години Гавриловић брани на Универзитету у Будимпешти докторску дисертацију о аналитичким функцијама „О представљањима једнограних аналитичких функција“ на мађарском језику („Az egyértékű analitikus függvények előállításáról“), и тако 11. јуна 1887. добија диплому доктора математичких наука. Пре тога, као услов за стицање доктората, Гавриловић је положио испит из математике (јуна 1886. пред комисијом коју чине G. Kondor и Á. Scholtz), астрономије (јуна 1887. код G. Kondora) и експерименталне физике (јуна 1887. код L. Eötvös-a и A. Scholtz-a). Споменимо да је у 19. веку било укупно шест доктора математичких наука српског порекла. Поред Б. Гавриловића то су били: Димитрије Данић, Владимир Варићак, Ђорђе Петковић, Михаило Петровић и Петар Вукићевић.

После Будимпеште, Гавриловић се усавршавао и боравио у познатим научним центрима Западне Европе: Немачкој, Швајцарској и Француској. Тако, у Берлину слуша предавања код чувеног математичара Вајерштраса.

Поред научног, Гавриловић је био и спортског духа. Већ као гимназијалац био је члан новосадског гимнастичког друштва које је основао песник Лаза Костић. Као студент, младић лепог изгледа и високог стаса, проводи неко време у Прагу, на познатој спортској школи где се усавршава у гимнастици и мачевању. То његово занимање за спорт трајаће и даље. Тако ће касније у Београду бити члан и председник Београдског друштва за гимнастику и мачевање, а потом, у последњој деценији прошлог века, оснивач и председник спортског друштва „Сокол“ у Београду. Можда се у томе угледао на свог професора Вајерштраса који је једно време, на почетку каријере, био учитељ гимнастике, а осим тога био је и добар мачевалац.

Богдан Гавриловић, као млад математичар у успону, долази у Београд 1887. године, где проводи шездесет година непрекидне активности, све до своје смрти 1947. године. Одмах постаје наставник Више школе (у конкуренцији са Димитријем Данићем), а већ 1892. почасни (редовни) професор. У то време Велика школа, која је према закону о устројству била „научно заведеније за вишу и стручну израженост“, после реформе Лицеја 1863. била је подељена на три факултета: Филозофски, Правни и Технички. Школа је била смештена у, за оно време, великој згради која је данас позната као Капетан-Мишино здање. Ту зграду даривао је свом народу за потребе Велике школе Капетан Миша Анастасијевић. У време када је Гавриловић почео да предаје, на Филозофском факултету постојала су два одсека: Историјско-филозофски и Природно-математи-

чки. Занимљиво је то да су се математика и природне науке до 1873. предавале само на Техничком факултету. Увођењем математике на Филозофском факултету, формира се Катедра за математику. Димитрије Нешић био је једини професор на овој катедри до доласка Богдана Гавриловића. Тада је предмет математика на Великој школи био подељен на две катедре: за вишу и нижу математику. Катедру за вишу математику преузео је Димитрије Нешић, док је Катедра за нижу математику припала Богдану Гавриловићу. Занимљиво је да Богдан Гавриловић у време запошљавања није имао држављанство Краљевине Србије. Зато је указом краља Милана постављен за „контрактуалног суплента Филозофског факултета Велике школе под условима за *сѣране ѿгоданике*“ (Просветни гласник 8 (1887), стр. 682). Споменимо да су наставници у то време могли имати звање професора, суплента и доцента. Постојало је и звање хонорарног професора за које је министар могао дати постављење независно од Савета Велике школе.

У оквиру својег курса математике, Гавриловић је предавао аналитичку геометрију, тригонометрију и основе школске математике. У то време већ је постојао уџбеник тригонометрије на српском језику. Уџбеник је написао Димитрије Нешић и објавио већ 1875. Гавриловић је користио ову књигу за свој курс тригонометрије, и истовремено, уз предавања, припремао уџбеник из аналитичке геометрије, за који ће се испоставити да је то његово најобимније дело.

На Високој школи, од које 1905. године настаје Београдски универзитет, Гавриловић држи наставу педесет година, заједно са Михаилом Петровићем, великим српским математичарем. Михаило Петровић, пет година млађи од Гавриловића, враћа се у домовину 1894. године и постаје професор математике на Високој школи, одмах по добијању доктората на париској Сорбони. Исте године издваја се настава математике за студенте Техничког факултета, коју преузима Богдан Гавриловић. Михаило Петровић остаје на Филозофском факултету.

По општем мишљењу, што истиче и Милутин Миланковић у некрологу посвећеном Богдану Гавриловићу, њих двојица су поставили темељ наше математичке школе. Гавриловић и Петровић су били комплементарни по својим интересовањима у математици. Петровић је пре свега био професор анализе са применама и није се много занимао за алгебру и геометрију. Насупрот томе, Богдан Гавриловић се бавио алгебром, геометријом и теоријом функција (комплексне променљиве). У оквиру алгебре посебно су га занимале комбинаторика и теорија бројева. Своје наставно деловање у геометрији, којој је приступао преко Декартове аналитичке методе коор-

дината, приказао је у свом главном делу, тада велике научне вредности, „Аналитичка геометрија“, објављеном 1896. године. Ова класична математичка дисциплина била је већ доста раскрчена област математике, и ту није било много простора за нова открића, за разлику од области у којој је Петровић радио. Али зато Богдан Гавриловић у својој књизи „Теорија детерминаната“, објављеној 1899. године, као и у двадесетак радова објављених у „Гласу“ Српске академије наука и у „Раду“ Југославенске академије знаности и умјетности из Загреба, показује своје дубоко знање, једну широку ученост и праву математичку вештину.

Како је време одмицало, видици и занимање Богдана Гавриловића су се ширили даље од математичких наука. Математичар по студијама, хуманиста по образовању знао је добро два класична језика и важне модерне језике. Колико и сама математика, њега је подједнако занимало како се природне и математичке науке одсликавају на разне видове развоја људског друштва и цивилизације, али исто тако и на културна догађања у свету.

Своја размишљања о овим аспектима егзактних наука, Гавриловић је представио у низу говора и есеја, о чему сведоче и називи неких од њих: „Цивилизација и наука“, „Социјални задатак Универзитета“, „Култура и хармонија“, „О рационализму XVIII века и његовом утицају на друштво тог времена“, „О историји као науци и смислу њеном“. Ипак, међу овим списима издваја се један бисер беседништва; то је приступна академска беседа о проблему простора, хиперпростора и континуума коју је одржао у Академији 7. марта 1926. О њој ће бити више речи нешто касније. Читајући те списе сазнајемо да Богдан Гавриловић није био само научник већ и просветитељ и културни радник са европским схватањем науке и културе. Овом својом активношћу у великој мери је допринео оснивању и развоју наших научних институција и просвећивању нашег народа.

Истакнимо укратко шта је Богдан Гавриловић остварио на овом плану.

Већ 1894. године оснива се библиотека Математичког семинара, која је генерацијама математичара Београдског универзитета пружала широке могућности за научни рад. До I светског рата о библиотеци су бринули Богдан Гавриловић и Михаило Петровић, да би се потом укључили и остали математичари. Библиотека је располагала богатим фондом књига, комплетима часописа, монографијама и осталом математичком литературом. Када су се математичари Филозофског факултета 1938. године преселили у нову зграду изграђену до старе зграде Филозофског факултета у Капетан-Мишином здању, пресељена је на исто место и библиотека. Нажалост, само два дана пре ослобођења Београда, 18. октобра 1944. године, у

повлачењу непријатељска војска пали библиотеку и она бива уништена. Од целе библиотеке остаје свега неколико књига које су се затекле позајмљене код појединаца. Из сачуване прве књиге инвентара до 1907. сазнајемо да је Богдан Гавриловић својеручно уписивао књиге, до броја 110, а Михаило Петровић преко тога до броја 301.

Прича о животном путу Богдана Гавриловића нераздвојна је од развоја Београдског универзитета и математичких наука у Србији. Крајем 19. века и нарочито почетком 20. века долази до убрзаног развоја високог школства у Србији. Тако, 1896. године Велика школа добија извесну аутономију, а на стручном плану настава математике се приближава европском нивоу. Године 1900. законским уредбама даље се диже ниво наставе и научног рада. Тада факултети постају самосталне целине Велике школе и добијају организацију какву ће имати до после Другог светског рата. Године 1900. ствара се Семинар за математику, механику и теоријску физику у чијем раду учествују наставници математике, механике и астрономије са Филозофског и Техничког факултета. У раду тог семинара главну улогу имају Михаило Петровић и Богдан Гавриловић. После дугогодишњих припрема и одлагања, Велика школа 1905. се трансформише у универзитет, који је „највише самоуправно тело за вишу стручну наставу и обрађивање науке“. На целом Универзитету поставља се осам редовних професора који бирају остале наставнике универзитета. Михаило Петровић се налази међу ових осам професора, а Богдан Гавриловић одмах бива биран за редовног професора Техничког факултета. Тако Петровић и Гавриловић добијају водећу улогу у организацији научног рада и наставе на тек основаном универзитету.

Даљем развоју наставе доприноси самосталност наставника у избору програма и извођењу наставе без административних интервенција. У Светосавској беседи *О просвећеном идеализму и неговану његову вишом настави*, коју је одржао јануара 1901. године у Капетан-Мишином здању, пред колегама и културном елитом Београда, Богдан Гавриловић се залаже управо за овакве ставове. Брани слободу и самосталан дух универзитета тако што се супротставља Наполеоновом апсолутистичком и политизованом мишљењу: „Њему, Наполеону је главно било да угуши слободну реч на универзитету. С тога је нарочито уперео своје стреле против духовних наука.“ У истој беседи, Гавриловић говори о томе да носилац развоја науке треба да буде Велика школа (која у том тренутку још није постала универзитет) и тражи да она ојача своје основе и прерасте у универзитет: „.... док је на Универзитету, а нарочито Филозофском факултету који је душа душе његове, култус чисте науке

први и последњи задатак. Са тих разлога треба нашој садашњој Великој школи, иако нас за њу везују толике лепе успомене, проширити и ојачати темеље, на којима ће она виделом самосталног научног испитивања морално у основи преобразити наше друштво и замахнути цео живот наш новим духом – духом просвећеног идеализма. Да, нама треба један научни центар науке, један универзитет, једна велика школа с новим правцем и с новим духом, школа којој ће пасти у део та част, да на свежем и топлом врелу науке и истине подмлади интелектуални, морални и политички живот нашег народа.“ Оваква јавна иступања и залагање Богдана Гавриловића неоспорно су допринела развоју науке на Великој школи и њеном прерастању у универзитет.

Гавриловић је у то време у својим четрдесетим годинама и на научном врхунцу. Иза себе има већ два врло цењена уџбеника и објављен већи број квалитетних научних радова. То не остаје незапажено и Гавриловић бива изабран за дописног члана Академије наука 1901. и већ 1905. за редовног члана. Следеће године (1906) изабран је за дописног члана Југославенске академије знаности и умјетности у Загребу. У том периоду не само да објављује радове у Академијином „Глас“-у, већ заједно с М. Петровићем (и Д. Нешићем до 1904) предлаже и рецензира радове за тај часопис.

До 1909. предавања из теоријске математике на Филозофском факултету држе Михаило Петровић и Богдан Гавриловић. Те године на њихов предлог на Београдски универзитет позива се из Беча Милутин Миланковић, који ће предавати обиман предмет примењене математике, који је заправо највећим делом курс механике. У том периоду Гавриловић добија високе административне функције на Универзитету. Тако, 1909. и наредне године има функцију декана Техничког факултета. У наставку, исте 1910. постављен је за ректора Београдског универзитета и ту високу дужност обавља до јесени 1913. године. Занимљиво је видети које предмете Богдан Гавриловић предаје у то време (1906–1914): теорију елиптичних функција и њихову примену у алгебри, геометрији и механици, теорију специјалних детерминаната, основе модерне аналитичке геометрије, рачун остатака и његове примене. У међувремену наука на Београдском универзитету је толико унапредовала да се на њему брани први докторат математичких наука. Тај докторат из области диференцијалних једначина брани 1912. Младен Берић (1885–1935), суплент Прве београдске гимназије и асистент професора М. Петровића. Следеће године Сима Марковић брани докторат на тему Riccati-јеве диференцијалне једначине, такође код М. Петровића. Нажалост, рад Београдског универзитета је често прекидан због ратова. Школске године 1912/13. Универзитет није радио због балканских

ратова. Током школске 1913/14. Универзитет је поново отворен, али Први светски рат нагло прекида развој Универзитета. Студенти и професори одлазе у рат. Августа 1914, тек што је рат почео, срушен је у бомбардовању део зграде Капетан-Мишиног здања. Непријатељ плачка напуштену и порушену зграду.

Одмах по завршетку рата, 1919. године, иако у тешким околностима, Универзитет почиње са радом. Настава и универзитетски прописи прилагођени су потребама обнове и унапређења земље, јер је више генерација студената и стручњака страдало, а Универзитет је био десеткован у протеклим ратовима. Почетком двадесетих година универзитет за кратко време доживљава убрзан развој: број наставника се повећава, а из Русије, између осталих професора, долазе математичари Никола Салтиков и Антон Билимовић.

Године 1921. Богдан Гавриловић добија други мандат за ректора Београдског универзитета. На овој дужности остаје три године, до јесени 1924. Сада је Гавриловић већ у потпуности окренут општим питањима која се тичу културе, политике и историје, као и места науке у комплексу других цивилизацијских тековина. Тиме је прожета и његова ректорска беседа „О живим силама народног јединства“ штампана 1922. у часопису „Српски књижевни гласник“. О многим питањима расправља у овој беседи: о рату и миру и разлозима за почетак тек минулог рата, о демократији, о национализму и националној свести, о животу са Хрватима и Словенцима у тек створеној заједничкој држави. Беседа врви чињеницама показујући тако Гавриловићеву енциклопедијску ширину и универзалан дух. Ево шта каже, на пример, о Вуковој борби за народни језик:

„У нас се обично каже да је у Вуковој борби за народни језик јасно оцртана афирмација народне свесћи, али ја мислим да је она имала мноґо шири и мноґо дубљи значај. Национална свесћ народа нашег који је у Србији живео, то је једна специфична свесћ, и она се садржином својом разликује од националне свесћи, рецимо, оног дела српског народа који је живео изван Србије, а највећа је разлика међу њима у томе што се национална свесћ народа у Србији по својој садржини и обележју увек поклањала са државном свесћи, док је на дружим неким странама нашега народа национална свесћ раније била у толикој сувројности са државном свесћи. И прави значај Вукове борбе је у томе што је победа Вукових начела учинила да се одмах с почетка цео јавни, државни и културни живот почео, или иначније, морао почети развијати на народној основи.“

А на крају своје беседе, Богдан Гавриловић као да има визију неких далеких догађаја у будућности коју описује библијским речима:

„Замислиће – у једном изузетно светлом иренуику ваше душе – један народ који у V веку напушта своја огњишта и – не знајући где ће се зауставити на путу својему – силази са Карпатских висова у Панонске заравни и, ошуд гађе, у данашње земље своје; замислиће како сила историјска тај народ, на размеђу истока и запада, цела; замислиће колико је, са тог целана његова, било беде, жања и сваковрсног страдања, колико мука, печали и вајаја, колико ничим незаслуженог понижења и увреда његова поноса, колико демонски посављених жања и устава по као кристал бистрим пошопима којима је сружао његов дух и његова мисао; – замислиће једном речју колико је била ирњем засућа и коликом крви орошена сјаза кроз коју ће у низу дуких векова рођи животи поја народа; и погледаће како се кроз измалицу што се дила изнад још вруће и у тле неупијене крви његове – тог јединог порфира његове ушехе, његове наде, части и дошопанства – види у јасној светлости величанствена поворка ирвих избраника његових где са ирипаљеним воштаницама и с тихим моливама ирлази Вечности и пу, иред њом, на олшару Права, Правде и Слободе, ствара јединство народно... Ето вам у визији, слике наше историје, која је садашњем поколењу у аманети оставила народно јединство. Оно је данас пу, међу нама, али светлости – унутрашња светлости – која душе из тмине васкрсава, још није међу нама, и мир – пошун мир – још није освојио срца наша.“

Средином двадесетих година стасава нова генерација математичара: Тадија Пејовић, Радивоје Кашанин, Јован Карамата и Милош Радојчић. Ево свих математичара који су били на Београдском универзитету 1926. године. На Филозофском факултету на Катедри теоријске математике били су: редовни професори М. Петровић и Н. Салтиков, доцент Т. Пејовић и асистенти дневничари Ј. Карамата и М. Радојчић; на Катедри примењене математике: редовни професори М. Миланковић и А. Билимовић, ванр. проф. В. Мишковић и доцент В. Жардецкий. На Техничком факултету су на Катедри математике: ред. професори Б. Гавриловић и П. Зајончковски, доцент Р. Кашанин; на Катедри примењене математике: И. Арновљевић и Ј. Хлитчијев. Сви наставници и асистенти теоријске и примењене математике са универзитета чине Клуб математичара Београдског универзитета. Овај семинар представља заправо математичку школу Београдског универзитета. Може се рећи да је то златно доба српске математике. Клуб није имао некаква посебна правила, осим што су се састанци држали једном месечно и том приликом представљали радови и научне расправе чланова клуба.

Гавриловић 1926. године чита своју приступну академску беседу. Том приликом Гавриловић је и проглашен за редовног члана Академије. Председник Академије, Јован Цвијић дао је следеће образложење:

„.... Г. Гавриловић је познати радник на проширеној области математике, а радио је самостално на питањима геометрије, формалне алгебре и теорије функција. Мени је особито задовољство истаћи да је г. Гавриловић у делу „Аналитичка Геометрија“ провео кроз теорију коничних пресека принцип корелације и тиме наставио оно што је немачки математичар Хесе учинио у теорији тачке, праве и круга. Даље су од знајног интереса радови г. Гавриловића о различним културним питањима, међу којима се истиче проблем одредбе вредности цивилизације, као један од проблема природне философије.

На основу чл. 14 основног Закона о Академији проглашујем г. Гавриловића за редовног члана Српске Краљевске Академије и најсрдачније му честитам.“

Чланови београдског Математичког семинара штампали су своје радове углавном у Академијином часопису „Глас“ и у „Рад“ у Југославенске академије знаности и умјетности у Загребу. Нажалост, правило Академије било је да се радови објављују на српском језику и тако су ти радови углавном остајали непознати широј светској научној јавности. Отуда је потреба за новим часописом у којем би се радови објављивали на светским језицима била велика. Захваљујући задужбини Луке Ђеловића – Требињца 1932. покренут је нов часопис „*Publications mathématiques de l'Université de Belgrade*“ у којем су радови објављивани на руском, енглеском, француском и немачком језику. До Другог светског рата изашло је седам томова. Тако су научни радови београдских математичара постали познати широј математичкој јавности. У Publications-у, поред математичара са Београдског универзитета, објављују познати светски математичари: E. Cartan, W. Sierpinski, P. Montel, J. Plemelj, H. Lemke, Ђ. Kurepa, P. Erdős.

Године 1929. Гавриловић одлази у пензију, али и даље предаје аналитичку геометрију на Техничком факултету, све до априла 1941. За председника Академије изабран је 1931. и на овој угледној дужности остаје до 1937. Тај позни период његовог живота обележен је многобројним друштвеним активностима, свечаним говорима и прославама. Тако, држи говоре и пише меморијалне текстове посвећене нашим и страним великанима: Гетеу, Вуку Караџићу, Николи Тесли, Михаилу Пупину, Димитрију Нешићу, Јовану Жујовићу, Пол Пенлевеу и другима.

Богдан Гавриловић био је почаствован за свој научни и друштвени рад од многих научних институција и друштава. Као што већ рекосмо, био је редовни члан Српске академије наука, дописни члан Југославенске академије знаности и умјетности, затим члан друштва *Circolo matematico di Palermo*, *Dr. hon. causa* Универзитета у Атини, члан Друштва *Никола Тесла*, а од 1939, када је основан Институт *Никола Тесла*, директор института.

Поред науке, Гавриловић је имао још једну љубав. На свом сеоском поседу у Гроцкој подигао је воћњак у којем је гајио брескве и друго воће. Његови савременици кажу да је и у томе пратио и користио тековине науке, читао публикације из те области и да је примењивао за оно време савремене пољопривредне технике. Према речима Милутина Миланковића воће из његовог воћњака било је најбоље у земљи.

Долази Други светски рат, где у смирају свог живота Гавриловић види пепео књига из библиотеке коју је основао заједно са М. Петровићем пре педесет година. Рат пролази, али његово име, као једног од оснивача и члана Научног већа, још увек видимо у летописима Математичког института САНУ из 1947. Прва седница Већа Математичког института одржана је 22. јуна 1946. Тада је Богдан Гавриловић, у својој 83. години, био изабран за члана одбора за везе са иностранством.

Професор Богдан Гавриловић умро је 6. августа 1947. године у свом родном месту, Новом Саду, а сахрањен је у Београду. У холу Математичког института САНУ налази се биста Богдана Гавриловића.

НАУЧНИ РАД БОГДАНА ГАВРИЛОВИЋА

Својим научним радом Богдан Гавриловић припада једном специфичном времену у више погледа. Крајем 19. века математика је израсла у високу зграду са великим бројем спратова. Настале су нове математичке дисциплине, а за неке би се могло рећи да су већ биле завршене. Специјализација је почела да узима маха као данак научној продуктивности. Богдан Гавриловић, који је као студент прошао кроз добре европске школе, стекао је одлично математичко образовање. Имајући у виду поменути специјализацију, Гавриловић је подједнако добро познавао и радио у неколико математичких области: алгебри, аналитичкој геометрији и теорији функција комплексне променљиве. С друге стране, у време његовог доласка у Београду је било мало математичара који су се бавили чистим научним радом: Љубомир Клерих, Петар Живковић, Димитрије Не-

шић, Димитрије Данић и пред крај XIX века Михаило Петровић. У то време већи део становништва био је неписмен, а држава је путем стипендија и слањем питомаца у иностранство на школовање, више потпомагала и развијала практичне науке: техничке науке, грађевинарство, рударство и правне науке него фундаменталне науке. Циљ је био да се што пре економски и војно ојача млада држава. Све ове чињенице морамо имати у виду када оцењујемо научни рад Богдана Гавриловића, који је и поред наведених околности, у научном раду задовољавао стандарде најразвијенијих европских држава. Пратио је и надовезивао се на радове најпознатијих математичара-савременика, док су теме за које се занимао биле актуелне. И много касније, када је већ престао да објављује научне радове, Гавриловић је задржао занимање за савремена истраживања. И не само то, Гавриловић је био и упознат са њима, у шта се можемо уверити из његове академске беседе 1926. године.

Морамо поменути још две карактеристике Гавриловићевог научног опуса. Сви његови радови, осим тезе, написани су на српском језику и тиме су аутоматски били недоступни широј научној јавности. Гавриловић је одлично знао стране језике, али према већ поменутом Академијином правилу радови штампани у њеним гласилима морали су бити написани на српском језику. Друга карактеристика односи се на дужину периода у којем је објављивао радове. Све своје научне радове, осим једног изузетка, објавио је у релативно кратком времену 1900–1907. Може се разумети зашто пре 1900. није објављивао – једноставно био је заузет писањем обимних књига из аналитичке геометрије и линеарне алгебре. Али зато није сасвим јасно зашто је престао са писањем радова 1907. У нашој публицистици има неких тумачења, али вероватно је најприхватљивије објашњење да су Гавриловића као човека широког интересовања и универзалног духа, у том другом делу његовог живота више занимале теме из филозофије, историје, образовања и језика. Не треба заборавити ни чињеницу да је истовремено имао високе административне и научне функције које су га сигурно ометале да се више посвети науци.

Алгебарска истраживања

У оквиру својих алгебарских истраживања, Богдан Гавриловић се занимао скоро подједнако за три области: комбинаторику, теорију бројева и линеарну алгебру. Гавриловић је у овим истраживањима био, како и сам каже на неколико места, под утицајем пре свега енглеских алгебриста Кејлија и Силвестера. Они су били воде-

ћи математичари у Енглеској у другој половини прошлог века, а значајни су јер су својом узајамном сарадњом довели до стварања теорије алгебарских инваријаната. Њихови радови скренули су пажњу у Немачкој, па је неколико немачких математичара (Хесе, Арамхолд, Клебш [Клебш је био оснивач чувеног часописа *Mathematische Annalen*] и Гордан) наставило та истраживања са применама у аналитичкој геометрији. Гавриловић је би упознат са радом ових математичара, што се може закључити на основу многобројних цитата и референци у његовим радовима и књигама. Ево нешто детаљнијих прегледа неколико изабраних Гавриловићевих радова из ове области.

Доста обимна расправа (има 53 странице) *О штежинама алгебарских склојова* припада комбинаторној теорији бројева, прецизније теорији разбијања. Подсетимо се да је основни задатак ове теорије да се одреди број свих представљања („разбијања“) датог природног броја као збира природних бројева, с тим да сабирци или број сабирака може задовољити неки унапред дати услов. Велики број чувених математичара бавио се овом данас доста актуелном облашћу: Ојлер, Гаус, Кејли, Раманудан, Ердеш. Гавриловић у свом раду одређује број разбијања датог природног броја n на два, три и четири сабирка (На пример, број разбијања природног броја n на два сабирка је $\left[\frac{n}{2} \right]$). Метод који користи је елементаран и своди се

на доста компликована пребрајања класа природних бројева. Изгледа да Гавриловић није познавао радове из те области јер нема цитата, док је рецимо Кејли само две године пре Гавриловића објавио рад (A. Cayley, *Researches in the partition of numbers*, (1898) Collected Math. Papers 2, видети такође: *The theory of partitions*, G.E. Andrews, 1976, Addison-Wesley Publ. Co.) у којем је описана метода помоћу које се релативно лако решавају проблеми које Гавриловић поставља у свом раду. На почетку свог списка Гавриловић помиње да је до тог проблема дошао приликом одређивања аналитичких израза неких функција, али нажалост не даје детаље да бисмо могли извршити поређење са Кејлијевом аналитичком методом генераторских функција. Занимљиво је да је Гавриловић очекивао да ће ова теорија наћи примене у хемији: „она ће се вероватно моћи применити у Хемији при израчунавању броја органских једињења неког разреда“ – каже Гавриловић. Највећу вредност овог рада чини то што је Гавриловић, изгледа, независно препознао и решио партикуларне случајеве једног фундаменталног проблема комбинаторне теорије бројева. За читаоца који буде изучавао овај Гавриловићев спис, кажимо да реч *склој* у његовом раду има значење савременог појма *скуј*, док *разред склоја* означава број елемената тог скупа.

Спис *О њфафијанима*, мада из линеарне алгебре, у основи је рад комбинаторног карактера. Наиме, Кејли је доказао (*Sur les déterminants gauches*, Journal f. d. reine und angew. Mathem. t. XXXVIII) да је кососиметрична детерминанта (То су детерминанте $[a_{ij}]$ код којих је $a_{ij} = -a_{ji}$) парног степана квадрат једног полинома. Тај полином је у вези са знаменитим Пфафовим проблемом о геометријској структури решења система диференцијалних једначина, познатих под именом *Пфафове једначине*, и према Кејлију назива се *њфафијаном*. Ако је $M = \|a_{ij}\|$ кососиметрична матрица парног реда и Δ пфафијан матрице M , онда је Δ линеарна функција прве врсте матрице M . Полазећи од ове чињенице, Гавриловић даје у основи рекурзивну дефиницију пфафијана преко једног скупа пермутација, које он детаљно описује. Та дефиниција са нешто осавремењеним ознакама изгледа овако: $\Delta = \sum \varepsilon(s) x_{i_1 j_1} \dots x_{i_n j_n}$, где је $s = (i_1 j_1, i_2 j_2, \dots, i_n j_n)$ пермутација скупа $\{1, 2, \dots, 2n\}$, где је $i_\alpha < j_\alpha$, $\alpha = 1, \dots, n$, а $\varepsilon(s)$ је знак пермутације s . Није тешко видети да ових разбијања има $(2n - 1)!!$, с тим да се две партиције s, s' сматрају истим ако $\{\{i_\alpha, j_\alpha\} \mid 1 \leq \alpha \leq n\}, \{\{i'_\alpha, j'_\alpha\} \mid 1 \leq \alpha \leq n\}$ дају исту партицију скупа $\{1, 2, \dots, 2n\}$.

Гавриловић такође расправља нека алгебарска својства пфафијана аналогна својствима детерминаната. На пример, у потпуности расправља шта се дешава ако се промене знаци елемената пфафијана на непарним, односно парним дијагоналама. Наиме, показује да се мења само знак пфафијана у зависности од реда пфафијана. Занимљиво је да је савремена дефиниција пфафијана веома блиска опису пфафијана који Гавриловић расправља у свом раду (N. Bourbaki, *Algèbre*).

У раду *Један нов њрилоџ њтеорији бројева* Гавриловић доказује неколико теорема о збировима квадрата природних бројева, од којих најзанимљивија гласи: „Производ два збира од по 9 квадрата може се представити као збир од 16 квадрата.“ Овим је уопштио неколико теорема, један стари Ојлеров резултат, као и један Лангранжеов образац, али и резултате неколико својих савременика (Genocchi, Arnoux, Antomari). У доста елегантним доказима користи елементарне особине комплексних бројева и теорију детерминаната.

Гавриловић има такође два рада о кубним детерминантама (то су „детерминанте“ чији су елементи индексирани са три индекса). У једном раду налази аналогон Сарусовог правила за развијање кубних детерминанти трећег реда. У другом раду расправља шта се дешава са вредношћу кубне детерминанте ако се промене знаци елемената који леже у некој од хоризонталних, вертикалних или дијагоналних равни. Ово нису неке велике теме, али треба поменути да се поред Гавриловића проблематиком кубних детерминаната у свету бавило свега још два-три математичара.

Истйраживања у аналййичкој геомейтрији

Гавриловић је написао три рада из аналитичке геометрије. Прва два изашла су почетком века, а трећи *О йрецртййима сйрежну-ййих ййачака једног йтрансфинийног скуйа конйруенййних йројек-ййивних низова ййачака* објављен је тек 1945. (заједно са немачким преводом). Овај трећи рад изгледа да је Гавриловић урадио много раније, јер се у својој академској беседи Гавриловић осврће на главне резултате садржане у том раду „Тражећи прецрте трансфинитних ‘природних’ скупова нашао сам да ће ти прецрти бити хиперболе, али сам у исто време и синтетичким и аналитичким путем доказао да рој тих хипербола не може формирати један хипер-простор од осам димензија.“ Овај рад је занимљив и зато јер у њему покушава да повеже нека геометријска својства ликова са њиховим скуповним особинама у смислу Канторове теорије скупова. У прва два рада Гавриловић изучава пак геометријска својства неких фамилија конусних пресека (кривих другог реда) као и особине неких геометријских трансформација, специјално пројективних, и слика кривих другог реда које се добијају применом тих трансформација. У радовима се види да Гавриловић изванредно познаје текућа истраживања у овој области, што и није чудо јер иза себе има управо написан уџбеник из аналитичке геометрије од 900 страница.

Истйраживања у обласйи йтеорије функција

У области теорија функција комплексне променљиве Гавриловић је поред тезе написао пет радова. Са данашњег становишта тешко је рећи да ли је његов рад у овој области имао битно нових доприноса, али се његови резултати никако не могу сматрати тривијалним. Могло би се сматрати да су ти помаци мали, али не и занемарљиви.

Неке теме о којима Гавриловић пише и данас су актуелне. На пример, у раду *О аналййичким изразима неких функција* Гавриловић уопштава један Адамаров резултат. Наиме, Адамар изражава коефицијенте аналитичке функције $1/f(z)$ помоћу детерминанте коефицијената функције $f(z)$, док Гавриловић тај резултат уопштава на функцију $g(z)/f(z)$. Гавриловићев доказ је леп и није директан пренос Адамаровог доказа. У раду *О неким йтригономейтријским идентййичностййима*, Гавриловић доказује доста сложене тригонометријске идентитете методом рачуна остатака. Споменимо да се не види директан начин којим би се ти идентитети доказали. У једном другом раду варира ту тему тако што тригонометријске идентитете

доказује користећи својства симетричних функција корена кубне једначине. У раду *О оситацима једнограних функција* Гавриловић се надовезује на Вајерштрасове резултате у вези са остатком логаритамског извода и есенцијалних сингуларитета аналитичких функција. Код логаритамског извода уводи тежину и за то уопштење добија сличне резултате као Вајерштрас. У расправи *О аналитичком представљању једнограних функција у обласи ипачке у бесконачности* Гавриловић уопштава неке Ермитове резултате који се односе на остатке функција из једне класе рационалних разломљених функција. Овај рад је лепо написан са елегантним доказима и садржи резултате који су и данас од интереса. Споменимо да овај Гавриловићев спис цитира Виванти у свом уџбенику.

Академска беседа

У својој приступној академској беседи „Проблем простора, хипер-простора и континуума“, која је одржана 7. марта 1926, Гавриловић представља свој поглед на математику и разматра проблем заснивања неких основних математичких појмова. То представљање иде у неколико праваца. У првом делу Гавриловић анализира појам простора у геометрији и то у еуклидској геометрији, Римановој геометрији и геометрији Лобачевског. Хвали интелектуалну храброст Лобачевског што одбацује 5. постулат (о паралелним правима) из Еуклидовог система аксиома, и на тај начин уводи једну другу геометрију исто толико тачну и непротивуречну као што је Еуклидова геометрија. А ево шта мисли о Римановој геометрији као математичком моделу физичког простора:

„Иако Риманова Геометрија изгледа парадоксална, ипак се зато нове теорије модерне физике у њезином систему развијају. Али и без тога, ова геометрија, као идеални геометријски систем, представља модел геометрије коначног свећа.“

Гавриловић такође излаже како се проблем простора види у класичној (Њутновој) механици, али и у оквиру Ајнштајнове теорије релативности. Добро је упознат са савременим радовима из заснивања геометрије (Хилберта, Поенкареа, Минковског и других). Познат му је и пример коначних геометрија – када спомиње „разграничавање система од само 7 тачака који прикупља у једну систему све тачке простора“, вероватно мисли, мада експлицитно не помиње, на коначан модел Gino Fano-а из 1892, такозване прве групе аксиома пројективне геометрије (аксиоме инциденције) у којој има укупно 15 равни, од којих је свака инцидентна са 7 тачака и 7 правих.

У другом делу беседе Гавриловић се бави углавном Канторовом теоријом скупова, као универзалним оквиром за заснивање реалног континуума, анализе и геометрије. С тим у вези наводи многобројне проблеме и примере из кардиналне аритметике, као што су Континуум хипотеза (да је сваки бесконачни подскуп реалног континуума равномерноан скупу природних бројева или скупу реалних бројева), или пример Пеанових кривуља помоћу којих се ивица да-тог квадрата може непрекидно пресликати на цео квадрат.

Још једна тема прожима беседу. То је проблем бесконачности и како се тај појам заснива у математици. Гавриловић истиче да се разни аспекти интуитивног појма бесконачности на различите начине сагледавају у различитим областима математике: на један начин у геометрији, на други у анализи и на трећи начин у Канторовој теорији скупова. Тако на једном месту каже да је „Инфинитезимални рачун најдубља и најлепша лирска песма о бесконачном“, мада сматра да се до дубље суштине о бесконачном дошло тек строгим заснивањем основних појмова анализе, као што је непрекидност, на пример. Ипак, према њему прави оквир за заснивање појма актуелне бесконачности у математици је Канторова теорија скупова. Наиме, парафразира Хилберта, сматрајући да је ова теорија „рај из кога се проблем о бесконачном не може потиснути, већ да ће она и у будућности, за дуго време још, бити једна од најплоднијих области математичких спекулација.“ Гавриловић је ту сасвим у праву. На другом месту Гавриловић се пита да ли континуум и бесконачност постоје у стварности. Сматра да је одговор на то питање негативан. Ако је реч о бесконачно малим величинама, потврду за своје мишљење налази у недељивости елементарних честица, односно постојању најмањих количина енергије (Планкових кваната). Дакле, у реалном свету нема бесконачно малих величина, према томе нема ни хомогеног континуума. Да у физичком свету нема ни бесконачно великих величина, Гавриловић налази доказ у Ајнштајновим коначним космолошким моделима. Даље, Гавриловић каже: „Математика наиме не може рећи ово: простор је бесконачан; она нам не може рећи ни да је простор коначан.“ Заправо он сматра да је у математици најважније *извођење* или *доказ*, а да на тај начин добијене истине ни у ком случају не прејудуцирају природу простора, без обзира на то шта су биле полазне претпоставке. У том смислу Гавриловићево становиште блиско је Хилбертовом формалистичком погледу, према којем је појам бесконачности у математици корисна али отклоњива фикција. Овај став се види на још једном месту у беседи када каже: „Јер о аксиомима ми можемо мислити како хоћемо; ми за њих можемо рећи, да су они конвенција или, да су они судови *а ђиори*; ми можемо неке од њих примити, а неке и одбацити, али кад се већ

неки од њих приме, онда ће и у једном и у другом крилу оно, што се буде из њих развило, морати бити логички тачно.“

Споменимо да је у овом спису Гавриловић покушавао, како и у неким ранијим радовима, да повеже, не може се рећи сасвим успешно, нека геометријска својства простора са кардиналном аритметиком Канторове теорије скупова. Истина, неко овде може видети наговештаје једне дисциплине која ће се појавити тридесет година касније – теорије модела, где ће се та питања расправљати на другим основама.

Занимљиво је да Гавриловићева беседа изгледа није имала неког нарочитог одјека у ондашњем београдском кругу математичара, мада није износила само ауторове погледе, већ и актуелне чињенице и погледе неких од највећих савремених ауторитета из те области (Расела, Хилберта, Поенкареа, Картана, Едингтона и других). Један од разлога вероватно је тај што је већина београдских математичара, ако не и сви остали, била упућена на решавање и изучавање конкретних математичких проблема, пре свега из анализе. Једноставно, у Београду у то време за геометрију и основе (заснивање) математике било је мало интересовања. С обзиром на то да је прошло 70 година од појављивања, Гавриловићева беседа и данас делује свеже и фундирано и може бити актуелна за све оне који се занимају за питања из основа математике. Такође она показује да је Гавриловић био веома упућен у радове на ту тему аутора свог времена, не само у математици већ и у физици и филозофији.

ГАВРИЛОВИЋЕВЕ КЊИГЕ

Гавриловић је објавио две књиге. Прву књигу, *Аналићична геометрија*, објавио је 1896. Друга књига, *Теорија дејтерминаната*, изашла је 1899. Обе књиге имају више заједничких карактеристика. Прва карактеристика односи се на терминологију. Као један од првих писаца у овој области (Прве универзитетске уџбенике код нас из математике општег типа писао је Емилијан Јосимовић шездесетих година прошлог века, док је касније Димитрије Нешић писао нешто специјализованије уџбенике.), Гавриловић је морао имати одређене терминолошке проблеме. Постављало се питање да ли треба уводити српске речи за нове појмове или прихватити стране, „посрбљене“. О таквим дилемама можда најбоље сведоче речи Емилијана Јосимовића, једног од пионира наше науке, који на једном месту каже: „Напоследку у смотренију језика признајем искрено да сам још доста слаб, но и сасвим наравно, јер је била таква прилика, да сам и ја као многи други Срби осим Часловца и псалтира све

друго морао учити на туђем језику.“ Гавриловић је успешно решио већину термилолошких проблема. Ево неколико примера речи које је користио а данас би изгледале старовремски или необично: *еквација* (једначина), *ѝисмено* (променљива), *казаљка* (индекс, изгледа да је термин „казаљка“ увео Д. Нешић), *прецрт* (слика скупа, пресликавање), *рој* (прамен, фамилија). Друга карактеристика ових књига су многобројне историјске напомене којима Гавриловић објашњава порекло значајнијих математичких термина. Такође, у великом броју случајева можемо тамо наћи имена аутора теорема и задатака који су данас заборављени или их сматрамо математичким фолклором. Тако, у *Аналићичној геомеѝрији* наћи ћемо, поред многобројних других, и један Бошковићев задатак, док ћемо у *Теорији геомеѝерминанаѝа* сазнати да реч детерминанта потиче од Гауса. Књиге обилују оваквим детаљима, што им и данас даје једну посебну вредност, нарочито имајући у виду да савремени аутори ретко дају објашњења ове врсте.

Гавриловић је написао ове књиге са великим претензијама, како и сам каже у предговору *Теорије геомеѝерминанаѝа*: „Хтео сам да изнесем основе целе теорије заједно са теоријом специјалних важнијих детерминаната, али сам при томе нарочито пазио, да онај, који би хтео да што дубље уђе у модерну Аналитичку геометрију, до што бољих основа дође“.

Књиге су писане лепим и доследним стилем. Докази су строги и са становишта савремене математике коректни. Ипак, писац је пред собом видео једног општег студента, па је теореме често илустровао примерима, а доказе, где се идеја могла очувати, уместо општег случаја („за произвољно n “) спроводио на посебним случајевима (за $n = 2$ или $n = 3$). Зато се књиге лако читају и могу служити као узор добрих уџбеника. Према сведочењу професора Златка Мамузића, *Теорија геомеѝерминанаѝа* се користила као уџбеник све до Другог светског рата.

Аналићична геомеѝрија

Потпун назив ове књиге је „Аналитична геометрија праве, круга и коничних пресека“. Гавриловић је књигу посветио српском добротвору Сави Текелији, чије задужбине је некад био стипендиста. На самом почетку, Гавриловић истиче да је књигу писао за оне који желе да се упознају са методом пунктуалне и тангенцијалне геометрије. Заправо највећи и главни део књиге односи се на пројективну геометрију равни и изучавање коника (коничних или конусних пресека). Још у време древне Грчке, а касније нарочито у 19.

АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА

ТАЧКЕ, ПРАВЕ, КРУГА

И

КОНИЧНИХ ПРЕСЕКА

НАПИСАО

Др. БОГДАН ГАВРИЛОВИЋ,

професор Велике Школе



БЕОГРАД,

СРПСКО КРАЉЕВСКА ШТАМПАРИЈА

1896.

веку, конични пресеци су се систематски изучавали и добијен је огроман број тврђења о овим линијама. То је разумљиво, с обзиром на то колико се често ови облици јављају у математици, механици, физици, астрономији, техници, архитектури и на другим местима. Подсетимо се да планете и комете, на пример, путују трајекторијама које се могу описати (у првој апроксимацији) коникама. Гавриловићева књига је енциклопедија не само резултата о овим кривама већ и метода којим су ти резултати добијени. С обзиром на обим дела, књига има преко 900 страница, овом приликом не можемо улазити у њену детаљнију анализу. Ипак, кажимо следеће.

Дело је подељено на шест књига, а само за прву књигу и прву половину друге књиге може се рећи да већим делом припадају елементарној аналитичкој геометрији, мада се и овде дискутују мање елементарне теме, на пример основе теорије алгебарских и трансцендентних кривих. Тако, на пример, дају се у правоуглом координатном систему, али и у поларним координатама једначине и главна својства алгебарских кривих другог реда: круга, елипсе, хиперболе и параболе; трећег реда: цисоиде и строфоиде; четвртог реда: конхоиде праве и конхоиде круга; трансцендентне криве: Архимедове спирале. У одељку *Тачка и тангенцијалне координате*, Гавриловић уводи пројективне координате најпре правих, и то такозване тангенцијалне координате праве. При томе даје природну аналитичку и геометријску мотивацију за такву дефиницију; то је уређен пар (u, v) параметара u, v у нормалној једначини праве $ux + vy + 1 = 0$ којом је права јединствено одређена. Ове координате познате су и под именом Пликерове координате правих, према J. Plücker-у који их је увео 1829. Исте координате називају се и хомогеним или линијским координатама правих (видети М. Првановић, *Пројективна геометрија*, Београд, 1986), ако се узме тројка (u, v, w) параметара u, v, w у општој једначини праве $ux + vy + w = 0$. На истом месту Гавриловић затим објашњава своју реченицу из увода, односно шта подразумева под пунктуалном, а шта под тангенцијалном геометријом (стр. 196):

„Геометрију у којој је основни елемент слика тачка зваћемо кад и кад пунктуалном геометријом, а геометрију у којој је основни елемент слика права тангенцијалном геометријом.“

У следећем одељку уводе се такозване трилинеарне (или хомогене) координате тачке у пројективној равни. Од тог места па до краја књиге, а то је неких 700 страница, користи се аналитички метод пројективних координата у решавању разних геометријских задатака и испитивању коника. При томе, Гавриловић користи начело корелације, односно начело дуалитета као општи принцип за удва-

јање геометријских истина, онако како су их први формулисали и применили Poncelet, Chasles, Gergonne и Möbius у првој половини 19. века. Ево шта о томе Гавриловић каже (стр. 208):

„Каг се ујореге резулџајџи до којих смо ѿмоћу ѿанџенцијалних координџа дошли са неким резулџајџима које смо добили ѿмоћу ѿаралелних координџа, видеће се да између ѿих резулџајџа има неке одређене узајамноџи. По ѿој узајамноџи види се да се џеометријске џеореме веома лако мођу ѿреносиџи из ѿункџуалне у ѿанџенцијалну џеометрију; ѿреба ѿросиџо у ѿојединим џеоремама месџо речи ѿачка, ѿрава, месџо, ѿачке у којима се секу ѿраве и ѿ.д. узиџајџи речи ѿрава, ѿачка, обвојница, ѿраве које сџајају ѿачке и ѿ.д. Такве две џеореме зову се дуалне или корелативне џеореме, а начело ѿо коме се мођу удвајајџи џе џеореме, начело дуалиџетџа или начело корелације.“

У књизи има 442 одреднице, које садрже на стотине теорема, примера и задатака. Изложени су резултати из класичних радова, значајних мемоара, али и мање познатих расправа, математичара: Понселеа, Жергона, Мебијуса, Штајнера, Шала, Келија, Кезеа, Хесеа и других, у свему преко 100 имена. Ево неколико примера. Овде ћемо наћи елегантан и кратак аналитички доказ помоћу трилинеарних координата да Ојлерова права датог троугла пролази кроз орто-центар, тежиште и центар описаног круга троугла. Затим два аналитичка решења Аполонијевог проблема: *наћи круж К који дира ѿри кружа*, једно Хесеово и друго Кезеово. Доказане су дуалне Паскалова и Бријаншонова теорема о својствима уписаних и описаних хексагона (шестотеменика) коничних пресека. Изложени су елементи Келијеве теорије инваријаната.

Ова обимна књига садржавала је, не знам да ли можемо рећи сва знања о коникама и геометрији пројективне равни, али сигурно огроман део те области до времена када је написана. Има доста разлога зашто би је сваки математичар, а нарочито геометар и алгебриста радо имао у рукама. Ту ће наћи многобројне, можда и заборављене теореме и задатке, и у великом броју случајева име математичара који је теорему доказао, односно проблем поставио или решио. То даје једну непролазну вредност овој књизи, нарочито имајући у виду да у модерним уџбеницима највећи део тих имена лежи у тами анонимности. Гавриловић уводи нове појмове дајући природну мотивацију, без гломазних ознака и са пуно лепих цртежа. Можда се зато понекад нешто изгуби од општости или прецизности, али зато читалац може лако да прати математички текст и главне математичке идеје. Књига је писана лепим и сликовитим језиком, па са правом можемо рећи да она припада и лепој математичкој књижевности.

Теорија детерминаната

Ова књига представља прво озбиљније дело из линеарне алгебре на српском језику. Истина, Димитрије Нешић објавио је већ 1883. универзитетски уџбеник „Алгебарска анализа“. Ту се први пут у српској математичкој литератури излаже на савремен начин део теорије детерминаната и неке примене ове теорије у алгебри. Гавриловић је иначе укључио ову књигу у библиографију наводећи Нешићево име (као јединог српског аутора). С обзиром на време и околности када се појавила, Гавриловићева књига делује изненађујуће модерно у излагању линеарне алгебре, увођењу терминологије, сагледавању веза између линеарне алгебре и других области математике и историјским коментарима. Гавриловић у предговору пише: „... и с те стране ће зар и ова Теорија детерминаната морати заузети једно угледно место у нашој сиромашној научној књижевности“. Мало даље Гавриловић такође каже: „Грешака при штампању нема и у томе ће се ово дело моћи равнати са најбољим енглеским издањима.“ Гавриловићево излагање теорије детерминаната је комбинаторног карактера. На самом почетку излаже се рачун пермутација, да би детерминанту дефинисао као комбинаторну функцију својих елемената, како се и данас најчешће овај појам уводи:

$$\Delta = \sum \pm a_{11} a_{22} \dots a_{nn}.$$

У време настанка ове књиге било је познато да скуп пермутација датог домена образује групу. Ипак, Гавриловић не излаже овај део теорије пермутација. С друге стране, разликује појам матрице и појам детерминанте као функције дефинисане на квадратним матрицама. У то време, за разлику од детерминанте, појам матрице био је нов појам.

У књизи се излаже стандардна теорија детерминаната, као што је Лапласова теорема, особине минора и кофактора, затим примене на решавање система линеарних једначина (Крамерова теорема, теорема о егзистенцији нетривијалног решења хомогеног система линеарних једначина). Посебну вредност књизи дају везе и примене теорије детерминаната у другим областима математике. На пример, у аналитичкој геометрији (у одређивању једначине равни кроз три неколинеарне тачке, у другом делу књиге у решавању основног проблема за криве другог реда), затим у алгебри код одређивања резултанте алгебарских једначина. Има примена и у анализи: изучавају се својства јакобијана (доказује се теорема о инверзној функцији), хесијани и вронскијани (диференцијалне детерминанте) са применом на теорију линеарних диференцијалних једначина (свођење реда једначине ако се зна партикуларни интеграл). Овде мо-

ТЕОРИЈА ДЕТЕРМИНАТА

НАПИСАО

Др. БОГДАН ГАВРИЛОВИЋ

ПРОФЕСОР ВЕЛИКЕ ШКОЛЕ.



У БЕОГРАДУ

ШТАМПАНО У ДРЖАВНОЈ ШТАМПАРНИЈИ

1898.

жемо наслутити елементе функционалне анализе јер на једном месту Гавриловић помиње линеарну независност функција и представљање те везе преко вронскијана.

У књизи се доста детаљно излажу особине специјалних детерминаната (матрица): симетричних, ортосиметричних, кососиметричних, циркулантних, пфафијана, алтернантних и континуантних (са применама у изучавању верижних разломака). Последња трећина књиге посвећена је теорији линеарних трансформација у оквиру еуклидских простора. И поред тога што Гавриловић нема појам векторског простора, имплицитно даје матричну репрезентацију линеарних оператора коначно-димензионих векторских простора. Ортогоналне оперatore дефинише геометријски, као линеарне трансформације које чувају норму вектора, а затим даје алгебарске еквиваленте, на пример да је $A^{-1} = A^T$, где је A матрица оператора. Овде ћемо такође наћи Бине-Кошијеву теорему, затим да је матрица производа линеарних трансформација једнака производу њихових матрица, или данашњим речником, да је прстен ендоморфизама n -димензионог векторског простора изоморфан прстену матрица реда n (над пољем скалара простора).

У књизи се такође излаже теорија квадратних облика (форми). Дају се поступци за свођење квадратне форме на дијагонални облик (Гаусов и преко ортогоналних трансформација). Такође се доказује Силвестерова теорема инерције.

Последње, осмо поглавље односи се на теорију инваријаната и коваријаната. То је у оно време била врло модерна и актуелна теорија коју су већином развијали енглески и немачки математичари. У Гавриловићевој књизи можемо наћи опис инваријаната квадратних форми и, имплицитно, Горданову теорему по којој свакој бинарној форми припада коначан систем инваријаната и коваријаната. Подсетимо се да је Хилберт ту теорему уопштио на произвољне алгебарске форме („Теорема о коначној бази“) и да се то сматра настанком алгебарске геометрије. Даље, у књизи се доказује да су хесјани и јакобијани коваријанте, те овде налазимо елементе тензорског рачуна. Треба имати у виду да је Г. Ричи формулисао коваријантне и контраваријантне законе тек 1889, а да је сам термин *тензор* увео А. Ајнштајн 1916. (*Annalen der Physik* т. 49, 1916).

Ова занимљива књига била је врло модерна за своје време, може се рећи на нивоу најбољих европских уџбеника тог времена. Наравно, како је књига одсликавала актуелну математику свог времена, неке данас стандардне теме и области само су наговештене или у књизи не постоје (као што су, на пример појам векторског простора и ранг матрице). Ипак, писац овог приказа прочитао је ову књигу са задовољством.

ЕПИЛОГ

Ако дајемо резиме о животном путу, а нарочито о научном и културном раду такве особе од угледа као што је био Богдан Гавриловић, можемо пасти у замку погрешних и недоречених оцена, или бар таквих оцена које нису прихватљиве за сваког. Но тај ризик грешке морамо прихватити, али ћемо зато такође представити оцене и мишљења неких наших угледних математичара.

Када говоримо о времену у којем је Богдан Гавриловић почео свој рад у науци, али и животном добу када је науци могао највише дати, морамо имати у виду прилике које су владале Србијом и Европом крајем прошлог века. Српски народ живео је добрим делом у дијаспори, док су се у самој Србији наука и култура тек рађале. Материјална средства која је српска држава могла одвајати за науку била су врло скромна. С друге стране, у деветнаестом веку, нарочито у другој половини века, постављају се темељи савремене математике. Рађају се нове математичке теорије са многобројним применама у техници и физици, а старе се строго логички заснивају. Немогуће је на овом месту у свега неколико речи то овде доказивати – то је већ за себе једна огромна тема. Ипак споменимо бар два примера: Вајерштрас је својим $\epsilon - \delta$ калкулусом формално засновао анализу, док је Кантор изградио теорију скупова и тиме дао оквир и универзалан језик савремене математике.

Богдан Гавриловић, директни ученик Вајерштрасов, започиње научну каријеру наоружан овим знањима и са европским схватањем науке и културе. Иако врло млад, као математичар већ је био изграђен. Био је наклоњен геометрији и добро је познавао радове енглеских и немачких алгебриста, док је у радовима из теорије функција разматрао онда најактуелнија питања. Тим поводом Мирослав Павловић, наш истакнути стручњак за комплексну анализу, каже да би према познавању теорије функција Гавриловић и онда и сада могао бити професор тог предмета на било ком европском универзитету, док је као научник апсолутно био човек који је имао математичког духа и талента. Већ у 35. години Гавриловић за собом има два уџбеника, један из аналитичке геометрије, други из линеарне алгебре у укупном обиму од 1.250 страница. Овим се одужио студентима и универзитету као наставник. Према речима академика Радивоја Кашанина „оба, а нарочито последњи чинили би част свакој нацији, и многи народи, у то доба већи и срећнији од нас, нису тада таква дела имали“.

Гавриловић је за кратко време написао двадесетак доста квалитетних радова. Ипак, Гавриловићеви радови, можда незаслужено, нису оставили великог трага у београдској математичкој средини,

на међународном плану још мање, јер су сви били објављени на српском. Гавриловић није имао докторанада, нити је за собом оставио директног ученика. Можемо рећи да је његов рад у науци остао у сенци једног другог великог српског математичара, његовог друга и колеге, Михаила Петровића, са којим је био практично сам на београдској математичкој сцени целих 15 година, од 1894. (када Петровић долази у Београд за професора) до 1909. (када Милутин Миланковић долази на Београдски универзитет). Једно виђење ове ситуације дају речи академика Миодрага Томића, да је у научном раду Гавриловић представљао прелаз од Димитрија Нешића ка Михаилу Петровићу. Овде ипак морамо поновити да су теме Гавриловићевих радова биле за своје време савремене, а да неки од његових научних резултата и данас, скоро сто година од времена њиховог појављивања, могу бити од интереса.

Али Гавриловић није био само једноставан и повучен универзитетски професор математике. Он је такође био одличан организатор научног рада који је битно допринео прерастању Велике школе у Београдски универзитет, затим стварању библиотеке Математичког семинара која ће бити једна од основа у научном раду београдских математичара. Академик Гавриловић је био еминентан просветни и културни радник који је размишљао и имао став о многим важним питањима из живота свога народа, политике, историје и филозофије. Као човек универзалног духа, своју науку није посматрао изоловано, већ у светлу других наука и културних тековина. О томе сведоче његови говори, многобројни чланци и беседе у разним важним приликама из београдског друштвеног и научног живота. Као припадник најужег београдског интелектуалног круга, допринео је стварању једне посебне атмосфере захваљујући којој од провинцијског града наш Београд постаје један од центара научног рада. Заједно са Михаилом Петровићем и Милутином Миланковићем уводи модерну математику у Србији. Да завршимо речима Радивоја Кашанина, његовог асистента и наследника на Катедри математике Техничког факултета, који овако на једном месту описује ту атмосферу: „Поред високе стручне спреме и оригиналних научних радова, сва тројица су се одликовала нечим што највише ценим, што сматрам за људску вредност највишег ранга: љубав према младим генерацијама, разумевање младих људи, несебичност и искрена помоћ младим, талентованим људима у њиховом напредовању. Умели су да се радују и да уживају кад се млади људи уздижу. *Имао сам срећу да се развијам и радим поред њих, великих ауторитетна науке и морала. Да се поносим њиховим пријатељством. Не верујем да је игде постојао такав амбијент какав су створили Гавриловић, Петровић и Миланковић.*“

БИБЛИОГРАФИЈА РАДОВА БОГДАНА ГАВРИЛОВИЋА

НАУЧНИ И СТРУЧНИ РАДОВИ

1. *О прегледивљањима једнограних аналитичких функција* (теза). – Будимпешта, 1886.
2. *Аналитична геометрија тачке, праве, кружа и коничних пресека*. – Београд, 1896; стр. XXVII + 911 + [2].
3. *Теорија дејтерминаната*. – Београд, 1899; стр. XI+277.
4. *О остацима једнограних функција*. – Rad Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti, knj. 139, 1899, 29–39.
5. *О тежилима алгебарских склопова*. – Глас LXI, 1900, 1–53.
6. *О редовима једнограних функција*. – Rad, knj. 143, 1900., 155–160.
7. *О рфацијима*. – Rad, knj. 143, 1900, 161–170.
8. *О аналитичким изразима неких функција*. – Глас LXI, 1900, 55–68.
9. *О поларно коњузованим трансформацијама*. – Глас LXIII, 1902, 256–268.
10. *О Ајлеровим и Бернулијевим бројевима*. – Глас LXIII, 1902, 131–142.
11. *О једној важној особини дејтерминаната*. – Глас, LXIII, 1902, 115–130.
12. *О особинама једне специјалне дејтерминанте*. – Глас LXIII, 241–254.
13. *О једној особини просторних дејтерминаната*. – Глас LXV, 1903, 51–58.
14. *О аналитичком прегледивљању једнограних функција у области тачке у бесконачности*. – Глас LXV, 1903, 59–77.
15. *О неким тригонометријским идентичностима*. – Глас LXVII, 1903, 51–67.
16. *Један нов прилог теорији бројева*. – Глас LXIX, 1905, 251–278.
17. *О еволуцији више наставка у Србији*. – Споменица о отварању Универзитета, Београд, 1905. године.
18. *О системима фокалних крузова*. – Глас LXXIII, 1907, 220–247.
19. *О једној симетричној функцији нула полинома пређе степен*. – Глас LXXIII, 1907, 248–252.
20. *Један прилог теорији аналитичких функција*. – Београд, Споменица Београдског универзитета, 1922.
21. *Проблем простора, хиперпростора и континуума*. – Глас LXXIX, 1926, 3–23.
22. *О вредностима неких одређених интеграла*. – Rad, knj. 147.
23. *Sarrus-ovo pravilo i teoriji prostornih determinanata*. – Rad, knj. 147, 132–138.
24. *О прецијима срећних тачака једног специјалног трансфинитног скупа пројективних низова тачака*. – [Рад примљен за]: Глас I разреда С.А.Н., Publ. Math. Inst. t. 1, 1948, 125–134.

ЈАВНА ПРЕДАВАЊА, СВЕЧАНИ ГОВОРИ И ЧЛАНЦИ БОГДАНА ГАВРИЛОВИЋА

1. *О просвећеном идеализму и његовом вишем начину*. – Говор о Св. Сави у Великој школи 1901, штампан у Београду у Држ. штампарији.
2. *Цивилизација и наука*. – Рectorски говор на Универзитету о Св. Сави 1911. године. Београд, штампарија „Давидовић“. – Прештампан из Српског књижевног гласника.

3. *Социјални загађајак Универзитетџа*. – Ректорски говор о Св. Сави 1912. године на Универзитету. – Београд, штампарија „Давидовић“. – Прештампан из Српског књижевног гласника.
4. *О живим силама народној јединству*. – Ректорски говор о Св. Сави 1922. године на Универзитету. – Београд, штампарија „Давидовић“. – Прештампан из Српског књижевног гласника.
5. *Култура и хармонија*. – Ректорски говор о Св. Сави 1924. на Универзитету. – Београд, штампарија „Народна Самоуправа“ 1926. године. Публикација ректората XIII.
6. *Говор о Геттеу*. – Одржан 20. III 1932. поводом прославе 100-годишњице од Гетеове смрти. Објављен у нашим дневницима.
7. Говор одржан при отварању Народног универзитета у Панчеву.
8. *Говор при освећењу Вукове куће у Тришћу* 17. IX 1933. године. – Годишњак XLII за годину 1933.
9. Ректорски говор одржан о прослави 50-годишњице рада проф. Симе Лозанића 1922. године.
10. *О рационализму XVIII века и утицају његову на друштво тога времена*. – Говор одржан о прослави смрти Саве Вуковића, оснивача гимназије у Новом Саду. Говор је објављен у издањима Удружења бивших ученика Српске гимназије у Новом Саду 1937. године.
11. Говор на француском језику одржан о прослави 75-годишњице националног универзитета у Атини. Објављен у Атини у Споменици о тој прослави 1912. године.
12. Говор на прослави 80-годишњице Николе Тесле у Београду 28. V 1936. године. Објављен у Споменици под насловом „*Никола Тесла*“ 1936. године на српском и француском језику.
13. *О Димитрију Нешићу*. Помен у славу његову. – Годишњак XVIII.
14. *О живој и мртвој материји и о сукобу између витализма и механизма*. Говор приликом проглашења Ивана Ђаје за правог члана Академије. – Годишњак XLI.
15. *О нашој уметности средњег века*. – Говор поводом проглашења Влад. Р. Петковића. – Годишњак XLI.
16. *О нашој историографији*. Говор поводом проглашења Станоја Станојевића за првог члана Академије. – Годишњак XLII.
17. *Пол Пенлеве*. – Годишњак XLII.
18. *О Чеди Мијајовићу*. Помен о смрти његовој. – Годишњак XLI.
19. *О историји као науци и смислу њезином*. – Годишњак XLIII.
20. *О Михајлу Пуйину – научнику и филозофу*. – Годишњак XLIV.
21. *О прослави 50-годишњице Академијине*. – Годишњак XLVI.
22. *О Јовану Жујовићу*. Помен о његовој смрти. – Годишњак XLVI.

РАДОВИ О БОГДАНУ ГАВРИЛОВИЋУ

1. Р. Кашанин: *Др. Богдан Гавриловић*. – Glasnik Matematičko-fizički i astronomski, No. 4–5, t. 2, Загреб (1947), 201–203.
2. Ј. Кечкић: *Serbian doctors of mathematics in the 19th century*. – Publ. Inst. Math. t. 38(52), 1985, 3–6.

3. М. Миланковић: *Discours prononcé aux absèques de Bogdan Gavrilović*. – Publ. Math. Inst. t. 2, Београд (1948), 7–10.
4. Ђ. Паунић: *Начела више мајематике Емилијана Јосимовића*. – Зб. радова „Природне и математичке науке у Срба у 18. и првој половини 19. века“, САНУ, Нови Сад (1995), 313–321.
5. П. Перишић и Д. Трифуновић: *Мајематичар Бољдан Гавриловић*. – Архимедес, Београд, 1994.
6. Д. Ј. Стројк: *Крајњак преглед историје мајематике* (превод са енглеског). – Завод за издавање уџбеника Србије, 1968.
7. М. Томић: *Мајематичке науке*. – У књизи: Српска академија наука и уметности и развој науке и уметности у Срба, књ. 1 уред. Н. Пантић, САНУ, Београд, 1989.
8. Д. Трифуновић: *Димитрије Нешић – зора српске мајематике*. – Архимедес, Београд, 1996.
9. В. Вујичић и М. Чавчић: *Четврти века Мајематичког института 1946–1971*. – Математички институт, Београд, 1972.
10. З. Шнајдер: *Мајематика*, споменица: „Тридесет година Природно-математичког факултета Универзитета у Београду“, 1947–1977. – ПМФ, Београд, 1979, 115–149.

Напомена. Захваљујем колеги Мирославу Павловићу за помоћ у анализи Гавриловићевих радова из теорије функција. Такође захваљујем колегама Р. Дацићу, З. Марковићу и М. Рашковићу који су рукопис прочитали и дали примедбе, и библиотекарки Б. Бубоња на прикупљању материјала за овај текст.

BOGDAN GAVRILOVIĆ

(1864–1947)

Bogdan Gavrilović was born in Novi Sad on January 1, 1864. Top of the class in his generation, after completing secondary education he was sent by *Tekelium* (a Serbian educational institution) to study at the Philosophical Faculty of the University in Budapest, where he obtained doctor's degree in mathematics in 1887. In the same year he was appointed professor at the High School in Belgrade which in 1905 was promoted to the University of Belgrade. He lived in Belgrade until his death in 1947, active as university professor until 1941. Before the turn of the century he had published two voluminous university textbooks which had the character of monographs: *Analytical Geometry* (1896) on 900 pages, and *Theory of Determinants* (1899) on linear algebra. Both works may be considered as capital works in mathematics in Serbia. Academician Radivoj Kašanin thus wrote of the two books: „Both, especially the latter, would do honour to any nation, and many countries, at that time more powerful and luckier than us, could not boast of such works.“

For a whole decade at the beginning of the 20th century he was busy mostly with scientific subjects, publishing a score of excellent treatises, mainly in the periodical *Glas*, organ of the Serbian Academy of Sciences, and *Rad* of the Yugoslav Academy of sciences and Arts in Zagreb. His interest was in the fields of algebra (theory of numbers and linear algebra), analytical geometry and theory of functions. He was elected member of the Serbian Academy of Sciences in 1901 and of the Yugoslav Academy of Sciences in 1906. He later expanded into foundations of mathematics.

Professor Gavrilović was an excellent organiser of scientific work at the Belgrade University and in the Academy. He made a great contribution to the promotion of High School into the University of Belgrade, and subsequently as rector, to the raising of teaching levels and university's development. Also he was three times (1931–1937) elected president of the Serbian Academy of Sciences. In 1894 he founded the mathematical library of the Department of Mathematics which was unfortunately destroyed at the end of the Second World War. With Mihailo Petrović and Milutin Milanković, he takes credit for introducing modern mathematics in Serbia at the beginning of this century.

Academician Gavrilović held many important scientific and social functions and received a number of high honours. In addition to those mentioned above, he was member of *Circolo matematico di Palermo*, *doctor honoris causa* of the University of Athens, president of the *Nikola Tesla Society*, and director of the *Nikola Tesla Institute*. He was also one of the founders of the Mathematical Institute in Belgrade (1946).

Bogdan Gavrilović was an eminent educationist and cultural worker who had strong views on many important questions concerning national life,

politics, history and philosophy. As a universal spirit, he did not take a narrow view of his science but regarded it in the light of other sciences and culture in general. Bearing witness to this are his numerous lectures, speeches and writings. As a member of an exclusive Belgrade intellectual circle, he helped to create a special atmosphere thanks to which Belgrade became one of the centres of scientific work.

